

8. Übung zu Kommunikationsnetze II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Gernot Fabeck, Georg Böcherer

22.6.2009

Aufgabe 1. Für ein $M/M/1$ -System im Gleichgewicht mit Auslastung ρ berechne man, welche Warteschlangenlänge k höchstens mit Wahrscheinlichkeit α überschritten wird. Bestimmen Sie k für folgende Werte:

$\alpha \setminus \rho$	0.2	0.5	0.9	0.95	0.99
0.1	0	2	20	43	228
0.01	1	5	42	88	457

Aufgabe 2. Weisen Sie nach, dass für die Berechnung der Erlang-Blockierwahrscheinlichkeit $B(s, \rho)$ eines $M/M/s/0$ -Systems folgende Rekursionsformel gilt:

$$B(s, \rho) = \frac{\rho B(s-1, \rho)}{s + \rho B(s-1, \rho)}, \quad s \in \mathbb{N}.$$

Dabei setze man $B(0, \rho) = 1$.

Aufgabe 3. Der Betreiber einer Suchmaschine hat zwei Arten von Kunden, zahlende Premium-Kunden und nicht zahlende Standard-Kunden. Alle Anfragen werden über einen zentralen Server abgewickelt, der eine Warteschlangenkapazität K besitzt. Die Ankünfte der Anfragen von Premium-Kunden und Standard-Kunden seien jeweils durch Poisson-Prozesse mit Intensitäten $\lambda_1 > 0$ bzw. $\lambda_2 > 0$ beschreibbar. Die Bearbeitungszeit jeder Anfrage sei durch eine Exponentialverteilung mit Parameter $\mu > 0$ gegeben und Anfragen werden in der Reihenfolge ihrer Ankunft nacheinander abgearbeitet.

- Welches Modell beschreibt das obige System und mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Warteschlange voll, wenn eine neue Anfrage ankommt, so dass diese nicht bearbeitet werden kann?
- Um die zahlenden Premium-Kunden zu bevorzugen sollen neue Anfragen von nicht zahlenden Standard-Kunden nur in die Warteschlange aufgenommen werden, wenn sich in dieser insgesamt weniger als $k_1 < k$ Anfragen befinden. Modellieren Sie dieses System durch einen GTP. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Anfragen von Standard- bzw. Premium-Kunden abgelehnt werden.