<u>Nachtrag</u> zu b): für $Z_n = \sum_{i=1}^{n} Y_i$

$Z_n \sim P(Z_n = 2k-n) = \binom{n}{k} p^k \cdot q^{n-k}$; $0 \le k \le n$, $n \in \mathbb{N}_0$

$Z_n \in \{-n, -n+2, \dots, n-2, n\}$

$Z_n \equiv X_n$

<u>Musterlösung zu e)</u>

e) Zur Bestimmung der Rekurrenz/Transienz gilt nach Def. 3.7 für die Rückkehrwahrscheinlichkeit:

$$\sum_{i=1}^{\infty} f_{00}^{(i)} = \begin{cases} 1 & ; \text{ falls MK rekurrent} \\ <1 & ; \text{ falls MK transient} \end{cases}$$

hier gilt (aus Aufgabenstellung):

$f_{00}^{(2n)} = 2 \cdot (p \cdot q)^n \cdot c_{n-1}$; $n \in \mathbb{N}$

$f_{00}^{(2n+1)} = 0$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} f_{00}^{(2n)} = \sum_{n=1}^{\infty} 2(pq)^n \cdot c_{n-1} \quad ; z := p \cdot q$$

$$= 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} c_{n-1} \cdot z^n$$

$$= 2 \cdot \sum_{\ell=0}^{\infty} c_\ell \, z^{\ell+1} \quad ; \ell := n-1 \quad \text{// Indexverschiebung}$$

$$= 2 \cdot z \cdot \sum_{\ell=0}^{\infty} c_\ell \cdot z^\ell$$

$$= 2 \cdot z \cdot \frac{1-\sqrt{1-4z}}{2z} \quad \text{// aus Hinweis: erzeugende Fkt. von } c_n$$

$$= 1-\sqrt{1-4z}$$

$$= \begin{cases} 1 & ; z = 1/4 \Rightarrow \text{rekurrente MK } (p = 1/2) \\ <1 & ; 0 \le z < 1/4 \Rightarrow \text{transiente MK (sonst)} \end{cases}$$