

10. Übung zu Kommunikationsnetze: Analyse und Leistungsbewertung

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Simon Görtzen, Christoph Schmitz

4.7.2011

Aufgabe 1. Der Betreiber einer Suchmaschine hat zwei Arten von Kunden, zahlende Premium-Kunden und nicht zahlende Standard-Kunden. Alle Anfragen werden über einen zentralen Server abgewickelt, der eine Warteschlangenkapazität K besitzt. Die Ankünfte der Anfragen von Premium-Kunden und Standard-Kunden seien jeweils durch Poisson-Prozesse mit Intensitäten $\lambda_1 > 0$ bzw. $\lambda_2 > 0$ beschreibbar. Die Bearbeitungszeit jeder Anfrage sei durch eine Exponentialverteilung mit Parameter $\mu > 0$ gegeben und Anfragen werden in der Reihenfolge ihrer Ankunft nacheinander abgearbeitet.

- a) Welches Modell beschreibt das obige System und mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Warteschlange voll, wenn eine neue Anfrage ankommt, so dass diese nicht bearbeitet werden kann?
- b) Um die zahlenden Premium-Kunden zu bevorzugen sollen neue Anfragen von nicht zahlenden Standard-Kunden nur in die Warteschlange aufgenommen werden, wenn sich in dieser insgesamt weniger als $k_1 < K$ Anfragen befinden. Modellieren Sie dieses System durch einen GTP. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Anfragen von Standard- bzw. Premium-Kunden abgelehnt werden.

Aufgabe 2. Personen, die sich den Passierschein A 38 ausstellen lassen wollen, gelangen zunächst in das Großraumbüro der Behörde, wo sich eine Anzahl von k Sachbearbeitern um die Datenerfassung kümmert. Nach der Datenerfassung, die im Mittel 15 Minuten dauert, werden sie zum stellvertretenden Amtsleiter in Zimmer 042 geschickt, der über die Bewilligung des Passierscheins entscheidet. Dazu benötigt er durchschnittlich eine Minute. In 80 % aller Fälle erweist sich dabei die Datenerfassung als fehlerhaft, so dass sie wiederholt werden muss. Weitere 10 % der Antragsteller werden abgewiesen und verlassen danach die Behörde. Die restlichen 10 % dürfen zum Amtsleiter in Zimmer 043 weitergehen, wo der Passierschein ausgestellt wird. Leider ist der Amtsleiter ein sehr nervöser Zeitgenosse. Befindet sich nur ein Antragsteller bei ihm im Büro und niemand in der Warteschlange davor, schafft er das Ausstellen in durchschnittlich fünf Minuten. Befinden sich hingegen Leute in der Warteschlange, bringt ihn das derart aus dem Konzept, dass sich die Bearbeitungszeit im Mittel auf 15 Minuten verlängert.

- a) Modellieren Sie die Vorgänge in der Behörde als offenes Jackson-Netz, und geben Sie eine graphische Repräsentation, die Routingmatrix und die Bedienintensitäten an. Nehmen Sie dabei an, dass die Bearbeitungszeiten exponentialverteilt sind, und dass die Ankunft der Antragsteller einen Poisson-Prozess mit Intensität λ darstellt. Ferner befinde sich vor jedem Büro ein Wartebereich mit unbeschränkter Kapazität.

- b) Lösen Sie die Flussgleichungen. Wie groß muss die Anzahl k der Sachbearbeiter mindestens sein, damit eine stationäre Verteilung existiert, wenn im Mittel alle zehn Minuten ein neuer Antragsteller ankommt ($\lambda = \frac{1}{10}$)? Wie lautet die stationäre Verteilung in diesem Fall?
- c) Beobachtungen zeigen, dass einige Antragsteller die Behörde unverrichteter Dinge verlassen, wenn sie vor dem Zimmer 043 auf eine (nicht leere) Warteschlange treffen. Erläutern Sie, warum dieses Verhalten nicht in der Modellierung als Jackson-Netz berücksichtigt werden kann.