

Prof. Dr. Anke Schmeink, Michael Reyer, Christopher Schnelling

Übung 12

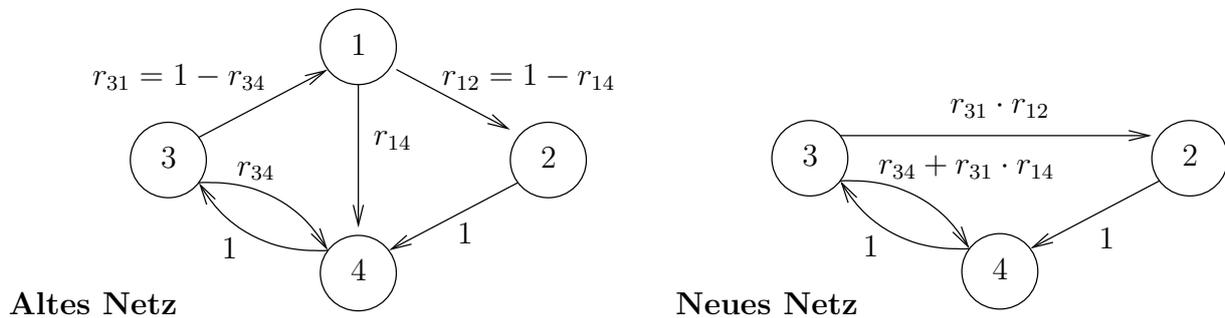
Montag, 11. Juli 2016

Aufgabe 1. Es sei $\mathbf{X}(t) = (X_1(t), \dots, X_J(t))$ der beschreibende Markov-Prozess eines geschlossenen Jackson-Netzes mit J Stationen und M Anforderungen. Mit einer Lösung der Flussgleichungen $\Lambda^* = (\Lambda_1^*, \dots, \Lambda_J^*)$ und $\mu_i(l)$, $i = 1, \dots, J$, $l = 1, \dots, M$ als Bedienintensitäten ist die stationäre Verteilung gegeben durch (vgl. Theorem 5.6)

$$p^*(\mathbf{n}) = K_M \prod_{i=1}^J \frac{(\Lambda_i^*)^{n_i}}{\mu_i(1) \cdot \dots \cdot \mu_i(n_i)}, \quad \mathbf{n} = (n_1, \dots, n_J) \in \mathcal{S}_M.$$

- a) Welche Grenzverteilung ergibt sich, wenn $\mu_1(l) \rightarrow \infty$ für alle $l = 1, \dots, M$, d. h., wenn die erwartete Bedienzeit bei Knoten 1 beliebig klein wird?

Aufgabe 2. Gegeben seien ein altes und ein neues jeweils geschlossenes Jackson-Netz.

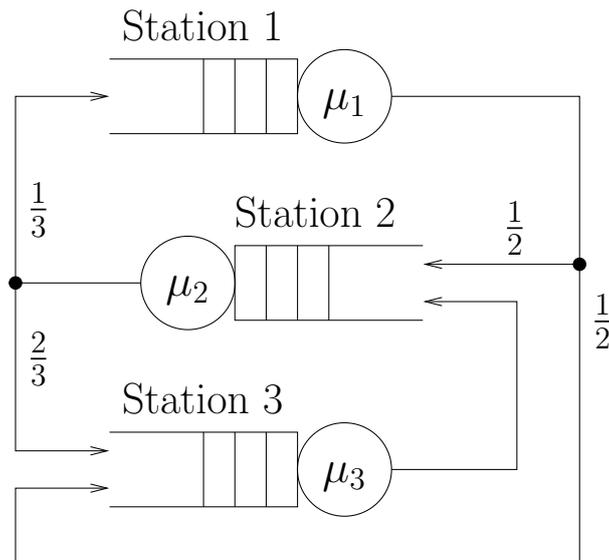


Die Anzahl der Anforderungen im Netz sei jeweils $M \in \mathbb{N}$.

- Geben Sie die Zustandsräume und Routing-Matrizen für das alte und das neue Netz an.
- Geben Sie die stationäre Verteilung des neuen Netzes mit Hilfe einer Lösung der Flussgleichungen für das alte Netz $(\Lambda_1, \dots, \Lambda_4)$ an.
- Interpretieren Sie das Ergebnis.

- bitte wenden -

Aufgabe 3. Gegeben sei folgendes Warteschlangennetz mit $J = 3$ Stationen:



Alle Stationen sind $M/M/1/\infty$ -System mit Bedienraten $\mu_1 = 4$, $\mu_2 = 6$ und $\mu_3 = 10$. Die Routingparameter sind in der Skizze angegeben. Offenbar kann dieses Warteschlangennetz als Jackson-Netz modelliert werden. Es befinden sich $M = 5$ Anforderungen im Netz.

- Geben Sie den Zustandsraum, seine Mächtigkeit und die Routingmatrix des geschlossenen Netzes an.
- Bestimmen Sie diejenige Lösung der Flussgleichungen, bei der $\Lambda_2 = 6$ ist.
- Bestimmen Sie die stationäre Verteilung.
- Berechnen Sie die jeweilige Auslastung der Stationen.