

Prof. Dr. Anke Schmeink, Michael Reyer, Christopher Schnelling

Übung 8

Montag, 03. Juli 2017

Aufgabe 1.

Zeigen Sie, dass für die Berechnung der Erlang-Blockierwahrscheinlichkeit $B(s, \rho)$ eines $M/M/s/0$ -Systems folgende Rekursionsformel gilt:

$$B(s, \rho) = \frac{\rho B(s-1, \rho)}{s + \rho B(s-1, \rho)}, \quad s \in \mathbb{N}.$$

Aufgabe 2. Mit $\lambda_1, \lambda_2, \mu > 0$ und $s_1, s_2 \in \mathbb{N}$ gilt für die Erlang-Blockierwahrscheinlichkeit

$$B\left(s_1 + s_2, \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu}\right) \leq \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} B\left(s_1, \frac{\lambda_1}{\mu}\right) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} B\left(s_2, \frac{\lambda_2}{\mu}\right).$$

Interpretieren Sie diese Formel im Kontext des folgenden Beispiels:

Computer können sich entweder per WLAN oder per Kabel mit einem Netzwerk verbinden. Neue Rechner kommen im WLAN als Poisson-Prozess mit Parameter $\lambda_1 > 0$ und im kabelgebundenen Teil als Poisson-Prozess mit Parameter $\lambda_2 > 0$ an. Unabhängig von der Zugangsart bestehen Verbindungen eine $\text{Exp}(\mu)$ -verteilte Zeit lang, $\mu > 0$. Für alle Rechner stehen N IP-Adressen zur Verfügung, die per DHCP verteilt werden. Ein Rechner kann über das Netzwerk nur kommunizieren, wenn noch eine IP-Adresse frei ist. Bei der Konfiguration des DHCP-Servers kann entweder

- (i) ein einzelner Bereich mit N Adressen eingerichtet werden, aus dem alle Rechner die IP-Adressen erhalten, oder
 - (ii) es können getrennte Bereiche mit n_1 Adressen für das WLAN und n_2 Adressen für den kabelgebundenen Bereich eingerichtet werden, wobei $n_1 + n_2 = N$.
- a) Welche Konfiguration ist aus Sicht der Gesamtblockierwahrscheinlichkeit besser?
 - b) Welche Einzel- und Gesamtblockierwahrscheinlichkeiten erhält man für $\lambda_1 = 3$ pro Minute und $\lambda_2 = 1$ pro Minute und eine mittlere Verbindungsdauer von 60 Minuten, wenn $n_1 = 192$ und $n_2 = 64$ gilt?
 - c) Ist für $\lambda_1 = 3$ pro Minute und $\lambda_2 = 1$ pro Minute und eine mittlere Verbindungsdauer von 60 Minuten die Aufteilung $n_1 = 192$ und $n_2 = 64$ optimal im Sinne der Gesamtblockierwahrscheinlichkeit? Begründen Sie Ihre Antwort.