Prof. Dr. Anke Schmeink, Michael Reyer, Christopher Schnelling

Übung 9

Montag, 10. Juli 2017

Aufgabe 1. Zeigen Sie, dass die folgende Beziehung zwischen der Erlang-B-Formel und Erlang-C-Formel gilt.

$$C(s, \rho) = \frac{\rho B(s-1, s\rho)}{1 - \rho + \rho B(s-1, s\rho)}$$

Aufgabe 2. Neu ankommende Anrufe in einem Call-Center lassen sich durch einen Poisson-Prozess beschreiben. Die Bearbeitungsdauer eines Anrufs sei durch eine exponentialverteilte Zufallsvariable gegeben. Geben Sie geeignete Modelle und ihre Intensitätsgraphen für die folgenden Fragestellungen an:

a) Das Call-Center hat s Leitungen und keine Warteschlange. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein ankommender Anruf abgewiesen? Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein neu ankommender Anruf sofort bedient?

b) Das Call-Center hat s Leitungen und eine Warteschlange mit k Plätzen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit muss ein neuer Anrufer in die Warteschlange? Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Warteschlange voll?

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit muss ein Anrufer in die Warteschlange, wenn die Warteschlange unendliche Kapazität hat?

- bitte wenden -

Aufgabe 3. In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die Wartezeit W_Q^* in der Warteschlange eines $M/M/1$-Systems mit Ankunftsintensität λ und Bedienintensität μ durch die Verteilungsfunktion

$$P(W_Q^* \leq z) = 1 - \rho\, e^{-(\mu-\lambda)z}$$

beschrieben wird, wobei $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ die Auslastung des Systems ist.

a) Zeigen Sie, dass sich der Erwartungswert und die Varianz von W_Q^* als

$$\mathrm{E}(W_Q^*) = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)}$$

und

$$\mathrm{Var}(W_Q^*) = \frac{2\rho - \rho^2}{\mu^2(1-\rho)^2}$$

ergeben.

b) Ferner wurde gezeigt, dass sich die Verteilungsfunktion der Antwortzeit W^* als

$$P(W^* \leq z) = \int_0^z P(W_Q^* \leq z - y)\mu\, e^{-\mu y} \mathrm{d}y$$

ausdrücken lässt. Verifizieren Sie, dass sich daraus

$$P(W^* \leq z) = 1 - e^{-(\mu-\lambda)z}$$

ergibt.