

4. Übung zur Theoretischen Informationstechnik I

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Gernot Fabeck, Chunhui Liu

14.11.2008

Aufgabe 1. Ein Empfänger besitze zwei Antennen, mit denen er ein Signal empfängt. Die Empfangsleistungen an den Antennen seien durch die Zufallsvariablen X_1 und X_2 beschrieben, die den Zufallsvektor $\mathbf{X} = (X_1, X_2)'$ bilden. Die gemeinsame Dichte von \mathbf{X} sei gegeben durch:

$$f_{\mathbf{X}}(x_1, x_2) = \begin{cases} e^{-(x_1+x_2)}, & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Empfangsleistung an der zweiten Antenne größer ist als an der ersten.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Betrag der Differenz der Empfangsleistungen kleiner als 1 ist.

Aufgabe 2. Ein zweidimensional normalverteilter Zufallsvektor $\mathbf{X} = (X_1, X_2)'$ werde durch folgende Dichte beschrieben:

$$f_{\mathbf{X}}(x_1, x_2) = \frac{1}{\pi\sqrt{3}} e^{-\frac{2}{3}(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2)}$$

- Berechnen Sie den Erwartungswertvektor $\boldsymbol{\mu}$ sowie die Kovarianzmatrix \mathbf{C} des Zufallsvektors \mathbf{X} .
- Geben Sie die Dichten $f_{X_1}(x_1)$ und $f_{X_2}(x_2)$ an.
 - Sind X_1 und X_2 stochastisch unabhängig?

Aufgabe 3. Betrachten Sie den normalverteilten Zufallsvektor

$$(Z_1, Z_2)' \sim N_2(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{C}), \quad \boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix}.$$

Wie lautet die Dichte von $Z = Z_1 + Z_2$?

Hinweis:

Verwenden Sie, dass $Z = Z_1 + Z_2$ ebenfalls normalverteilt ist.