7. Übung zur Theoretischen Informationstechnik I

Prof. Dr.-Ing. Anke Schmeink, Martijn Arts, Niklas Koep, Christoph Schmitz

05.12.2014

Aufgabe 1. Für die zufällige Phase eines am Empfänger eintreffenden Signals bei Mehrwegeausbreitung gelte $\phi \sim \mathrm{R}(0, 2\pi)$.

a) Berechnen Sie die Kovarianz der Zufallsvariablen $Y_1 = \cos(\phi)$ und $Y_2 = \sin(\phi)$.

b) Berechnen Sie die Kovarianz der Zufallsvariablen $Z_1 = \cos^2(\phi)$ und $Z_2 = \sin^2(\phi)$.

c) Sind die Zufallsvariablen Y_1 und Y_2 unabhängig? Sind sie unkorreliert? Charakterisieren sie Z_1 und Z_2 entsprechend.

d) Es sei $Z = Y_1 + iY_2$. Wie ist $|Z|$ verteilt?

Aufgabe 2. Sei $\boldsymbol{X}$ zirkulär symmetrisch komplex verteilt mit Erwartungswert $\mathrm{E}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{\mu}$.

a) Zeigen Sie: $\mathrm{E}[(\boldsymbol{X} - \boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{X} - \boldsymbol{\mu})'] = \mathbf{0}$.
Anmerkung: Die Matrix $\mathrm{E}[(\boldsymbol{X} - \boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{X} - \boldsymbol{\mu})'] = \mathbf{0}$ wird in der Literatur häufig *Pseudo-Kovarianzmatrix* genannt.

b) Sei X_l der l-te Eintrag des Vektors $\boldsymbol{X}$. Zeigen Sie: Der Realteil $\mathrm{Re}(X_l)$ und der Imaginärteil $\mathrm{Im}(X_l)$ sind unkorreliert.
Hinweis: Benutzen Sie das Ergebnis aus **a)**.

c) Sei $\boldsymbol{X}$ weiterhin zirkulär symmetrisch, nehme aber nur reelle Werte an. Wie ist $\boldsymbol{X}$ dann verteilt?