Prof. Dr. Anke Schmeink, Dr. Gholamreza Alirezaei, Martijn Arts, Christoph Schmitz

Übung 2

Montag, 02. November 2015

Aufgabe 1. In einem Funknetz werden Datenpakete von vier verschiedenen Servern per Broadcast verteilt. Die Tabelle gibt den Anteil jedes Servers an dem gesamten Datenverkehr und den dabei auftretenden Verlust von Datenpaketen an.

Server	Anteil (%)	Verlust (%)
1	40	1
2	30	2
3	20	4
4	10	5

Die gesendeten Datenpakete werden von einem Client empfangen und an ein Programm weitergereicht. In diesem Programm ist eine Unterscheidung der Pakete hinsichtlich ihrer Herkunft von den einzelnen Servern nicht mehr möglich.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein gesendetes Datenpaket vom Client nicht empfangen wird.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein gesendetes aber nicht empfangenes Datenpaket vom i-ten Server abgeschickt wurde.

Aufgabe 2. Gegeben sei eine binäre Quelle, welche Symbolsequenzen der Länge n sendet. Jede Sequenz $X = (X_1, \dots, X_n)$ nimmt dabei die Werte '0' oder '1' an. Die Auswahl der Symbole X_i $(i = 1, \dots, n)$ geschieht zufällig und stochastisch unabhänging voneinander. Die Symbolwahrscheinlichkeiten sind gegeben durch $P(X_i = 0) = (1 - p)$ bzw. $P(X_i = 1) = p$, mit $0 < p < 1$.

a) Es sei $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$ eine Zufallsvariable. Geben Sie die Zähldichte und den dazugehörigen Träger von Y an.

b) Für den Rest der Aufgabe gilt $P(X_i = 0) = P(X_i = 1) = \frac{1}{2}$. Skizzieren Sie die Zähldichte von Y für den Fall $n = 4$.

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Symbole eine '1' sind.

d) Die Sequenzlänge wird jetzt auf $n = 10$ erhöht. Ein Empfänger erhält folgende Symbolsequenzen

$$X = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0), \qquad Y = (1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1).$$

Welche Symbolsequenz stammt mit größerer Wahrscheinlichkeit von obiger Quelle?

Aufgabe 3. Es sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$ eine durch

$$f(x) = \begin{cases} \alpha x^2(1-x), & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

gegebene Funktion.

a) Bestimmen Sie $\alpha \in \mathbb{R}$ so, dass f Dichte einer absolut-stetigen Zufallsvariablen X ist.

b) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion F_X von X.

c) Berechnen Sie $P\left(X \leq \frac{1}{2}\right)$ und $P(X \leq E(X))$. ($E(X) = 3/5$.)