9. Übung zur Theoretischen Informationstechnik II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Daniel Bielefeld, Tobias Rick

21.06.2007

Aufgabe 60. Lösen Sie die folgenden linearen Optimierungsprobleme graphisch:

a) max $-3x_1 + 2x_2$
s.d. $\boldsymbol{Ax} \leq \boldsymbol{b}$
$\boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0}$

b) max $x_1 + 2x_2$
s.d. $\boldsymbol{Ax} \leq \boldsymbol{b}$
$\boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0}$

wobei $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ und $\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 11 \end{pmatrix}$. Welche Lösungspunkte sind Extremalpunkte ?

Aufgabe 61. Ein Mobilfunknetzbetreiber plant das an einer Basisstation vorhandene Frequenzband auf zwei Dienste aufzuteilen. Für den ersten Dienst, einen Voicecall, werden pro Nutzer ein Nutzkanal sowie zwei Signalisierungskanäle benötigt. Marktuntersuchungen haben ergeben, dass pro Nutzer 25 Euro Gewinn erzielt werden können und dass 30 Nutzer den Dienst an dieser Basisstation nutzen würden. Der zweite Dienst ist eine mobile Fernsehübertragung, die sowohl einen Nutz- und einen Signalisierungskanal benötigt. Die Marktforschung ergab hier einen Gewinn von 15 Euro pro Nutzer und eine Nutzerzahl von 70.

An der Basisstation stehen insgesamt 75 Nutz- und 85 Signalisierungskanäle zur Verfügung, die jeweils einem Dienst zugeordnet werden müssen. Wieviele Nutzer müssen unter den genannten Bedingungen für die beiden Dienste geplant werden, um den Gewinn des Betreibers zu maximieren.

a) Formulieren Sie das zugehörige Optimierungsproblem als lineares Programm in kanonischer Form.

b) Lösen Sie das Optimierungsproblem graphisch.

c) Wie hoch ist der maximale Gewinn des Mobilfunknetzbetreibers?

Aufgabe 62. Sind die angegebenen Mengen konvex?

$M_1 = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^4 \mid 2x_1 + 3x_4 \leq 5,\ -2x_1 + 5x_2 - x_3 + 4x_4 \leq 3,\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2,\ x_1 \geq 0\}$,

$$M_2 = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{i=1}^{n} a_i x_i^2 \leq c,\ a_i > 0,\ c > 0\}.$$