

## 1. Übung zur Theoretischen Informationstechnik II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Chunhui Liu, Daniel Bielefeld

23.04.2009

**Aufgabe 1.** Gegeben sei ein gedächtnisloser binärer symmetrischer Kanal mit Ein- und Ausgabealphabet  $\mathcal{X} = \mathcal{Y} = \{0, 1\}$ . Die Menge der Eingabewörter sei  $\mathcal{C} = \{(0, 0, 0), (1, 1, 1)\}$ . Dabei trete  $(0, 0, 0)$  mit Wahrscheinlichkeit  $1/4$  sowie  $(1, 1, 1)$  mit Wahrscheinlichkeit  $3/4$  auf. Ferner sei  $\epsilon = 1/3$ .

- Welche Ausgabewörter sind bei der Übertragung im Kanal möglich und wie groß sind deren Auftretenswahrscheinlichkeiten?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit  $p_K$  für die fehlerfreie Übertragung eines Eingabeworts?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit  $p_E$  dafür, ein Element aus  $\mathcal{C}$  zu empfangen, das nicht gesendet wurde?
- Geben Sie eine ML-Dekodierung  $h_{ML} : \mathcal{Y}^3 \rightarrow \mathcal{C}$  an.
- Geben Sie eine ME-Dekodierung  $h_{ME} : \mathcal{Y}^3 \rightarrow \mathcal{C}$  an.

**Aufgabe 2.** Given a binary symmetric memoryless channel with input and output alphabet  $\mathcal{X} = \mathcal{Y} = \{0, 1\}$ . The error probability is assumed to be 0.1. An  $(M, N)$  code is applied, where  $M$  is the number of the codewords of length  $N$ .

- Determine the capacity of this channel.
- Is there a sequence of  $(2^{0.6N}, N)$  codes which satisfy the assumptions of the noisy coding theorem.
- If the source emits 0.5 bits/channel use and  $2^K$  codewords of length  $N$  are used, give a condition on the length  $N$  such that zero error can be asymptotically achieved.

**Aufgabe 3.** Bestimmen Sie die differentielle Entropie der folgenden absolut-stetigen Zufallsvariablen  $X$ .

- $X$  ist exponentialverteilt mit Parameter  $\lambda > 0$ , d.h.

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x \geq 0.$$

- $X$  ist Laplace-verteilt mit Parameter  $\lambda > 0$ , d.h.

$$f(x) = \frac{1}{2} \lambda e^{-\lambda |x|}, x \in \mathbb{R}.$$

**Aufgabe 4.** Bestimmen Sie die differentielle Entropie eines Empfangssignals  $Y$ , das zu einem festen Zeitpunkt als Überlagerung eines Sendesignals  $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$  und eines hiervon stochastisch unabhängigen Rauschsignals  $Z \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$  durch  $Y = X + Z$  beschrieben wird.