9. Übung zur Theoretischen Informationstechnik II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Chunhui Liu, Daniel Bielefeld

06.07.2009

Aufgabe 1. Ein Forschungsinstitut plant, einen bestehenden Supercomputer durch neue Prozessoren zu erweitern. Insgesamt steht dazu ein Budget von 63000 Euro zur Verfügung. Zur Auswahl stehen zwei Prozessortypen: ein Standardprozessor und ein Spezialprozessor. Der Standardprozessor hat eine Rechengeschwindigkeit von 6 GFLOPS, eine Leistungsaufnahme von 40 Watt und kostet 450 Euro pro Stück. Ein Spezialprozessor kostet 1500 Euro und kommt auf eine Rechengeschwindigkeit von 15 GFLOPS und hat eine Leistungsaufnahme von $26\frac{2}{3}$ Watt. Aufgrund von Lieferengpässen sind von dem Spezialprozessor maximal 35 Exemplare erhältlich.
In dem Supercomputer stehen insgesamt 150 Steckplätze zur Verfügung, die von beiden Prozessortypen genutzt werden können. Zudem ist der Supercomputer maximal für eine zusätzliche Leistungsaufnahme von 4kW ausgelegt.
Das Forschungsinstitut möchte den Supercomputer unter den gegebenen Bedingungen um die maximale Rechengeschwindigkeit erweitern.

(a) Formulieren Sie das zugehörige Optimierungsproblem als lineares Programm in kanonischer Form.

(b) Lösen Sie das Optimierungsproblem graphisch.

(c) Wie hoch ist die maximale zusätzliche Rechengeschwindigkeit des Supercomputers unter den gegebenen Bedingungen (in GFLOPS)?

(d) Wie teuer ist die Erweiterung des Supercomputers unter den gegebenen Bedingungen (in Euro)?

Aufgabe 2. Zeigen Sie: Ist f eine konvexe Funktion und X eine diskrete Zufallsvariable, so gilt

$$\mathrm{E}[f(X)] \geq f(\mathrm{E}[X]).$$

Hinweis: vollständige Induktion über die Anzahl der Elemente des Träger von X.

Aufgabe 3. Sei $M \subset \mathbb{R}^n$ eine konvexe Menge. Zeigen Sie mit Hilfe Vollstaendiger Induktion: Fr alle $x_j \in M, j = 1, \ldots, n$ und alle nicht negativen Koeffizienten $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ mit $\alpha_1 + \ldots + \alpha_n = 1$ ist der Punkt $\alpha_1 x_1 + \ldots + \alpha_n x_n$ ebenfalls Element der Menge M.