

1. Übung zur Theoretischen Informationstechnik II

Prof. Dr. Anke Schmeink, Martijn Arts, Andreas Bollig, Christoph Schmitz

12.04.2012

Aufgabe 1. Bestimmen Sie die differentielle Entropie der folgenden absolut-stetigen Zufallsvariablen.

- a) X ist exponentialverteilt mit Parameter $\lambda > 0$, d.h.

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x \geq 0.$$

- b) X ist Laplace-verteilt mit Parameter $\lambda > 0$, d.h.

$$f(x) = \frac{1}{2} \lambda e^{-\lambda |x|}, x \in \mathbb{R}.$$

- c) $X = Y + Z$ ist Faltung der stochastisch unabhängigen Größen $Y \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ und $Z \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$.

Aufgabe 2. Gelten die folgenden für die Entropie einer diskreten Zufallsvariablen gültigen Beziehungen auch für die differentielle Entropie?

- a) $H(T(X)) \leq H(X)$,
b) $H(X + Y) \leq H(X, Y)$,
c) $H(X + Y) \leq H(X) + H(Y)$,
d) $H(X) \geq 0$.

Hinweise:

Zu a) Betrachten Sie $T(X) = 2X$.

Zu b) Betrachten Sie $X \sim \mathbb{R}(0, 1)$, $Y \sim \mathbb{R}(0, 1)$, X und Y stochastisch unabhängig und die Beziehung $H(X, Y) = H(X) + H(Y)$ für stochastisch unabhängige Zufallsvariablen.

Bitte wenden!

Aufgabe 3. Gegeben sei eine BPSK-Modulation mit Amplituden $\mu > 0$ und die Symbole seien gleichverteilt, d.h. mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ wird entweder μ oder $-\mu$ gesendet. Das Signal X werde bei der Übertragung von einer additiven, gleichverteilten Rauschleistung auf dem Intervall $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ gestört, also gilt $Y = X + N$ mit $N \sim R(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ und X und N seien stochastisch unabhängig.

- a) Geben Sie die Dichte f_Y an.
- b) Berechnen Sie die differentielle Entropie von f_Y .
- c) Zeichnen Sie die differentielle Entropie von f_Y als Funktion von μ und interpretieren Sie das Ergebnis.