11. Übung zur Theoretischen Informationstechnik II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Fabian Altenbach, Gholamreza Alirezaei, Christoph Schmitz

18.07.2013

Aufgabe 1. Eine Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ heißt Norm, wenn gilt

i) f ist nichtnegativ: $f(\mathbf{x}) \geq 0$ für alle $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$

ii) f ist definit: $f(\mathbf{x}) = 0$ nur für $\mathbf{x} = \mathbf{0}$

iii) f ist homogen: $f(t\mathbf{x}) = |t| f(\mathbf{x})$ für alle $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ und $t \in \mathbb{R}$

iv) f erfüllt die Dreiecksungleichung: $f(\mathbf{x} + \mathbf{y}) \leq f(\mathbf{x}) + f(\mathbf{y})$.

Zeigen Sie, dass jede Norm eine konvexe Funktion ist.

Aufgabe 2. Gegeben seien n parallele Kanäle. Die Datenrate auf jedem Kanal wird bestimmt durch die Funktion $f(p_i) = \log(1 + p_i g_i)$, wobei p_i zu verteilende Leistungen und g_i bekannte Pfadgewinne sind.

Es soll nun eine optimale Leistungszuweisung auf allen Kanälen erfolgen, so dass die gewichtete Summenrate maximiert wird. Für diesen Zweck wird das folgende Optimierungsproblem betrachtet

$$\begin{array}{ll} \underset{p_i}{\text{minimize}} & -\sum_{i=1}^{n} w_i \log(1 + p_i g_i) \\ \text{subject to} & \sum_{i=1}^{n} p_i \leq P_T \\ & p_i \geq 0\,,\ i = 1, 2, \ldots, n\,, \end{array}$$

wobei $w_i \geq 0$ Gewichtsfaktoren sind. Lösen sie das obige Optimierungsproblem mittels der KKT-Bedingungen. Um welche Art von Lösung handelt es sich?