

Prof. Dr. Anke Schmeink, Dr. Gholamreza Alirezaei, Martijn Arts, Christoph Schmitz

## Übung 3

Montag, 02. Mai 2016

**Aufgabe 1.** Gegeben sei eine BPSK-Modulation mit Amplituden  $\mu > 0$  und die Symbole seien gleichverteilt, d.h. mit Wahrscheinlichkeit  $\frac{1}{2}$  wird entweder  $\mu$  oder  $-\mu$  gesendet. Das Signal  $X$  werde bei der Übertragung von additivem, gleichverteilten Rauschen auf dem Intervall  $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$  gestört, also gilt  $Y = X + N$  mit  $N \sim \mathcal{R}\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  und  $X$  und  $N$  seien stochastisch unabhängig.

- Geben Sie die Dichte  $f_Y$  an.
- Berechnen Sie die differentielle Entropie von  $f_Y$ .
- Zeichnen Sie die differentielle Entropie von  $f_Y$  als Funktion von  $\mu$  und interpretieren Sie das Ergebnis.

**Aufgabe 2.** Ein Übertragungssystem sei gegeben durch

$$Y = X + Z.$$

Die Eingabe  $X$  nehme die Werte  $x_1 = A$  und  $x_2 = -A$  jeweils mit der Wahrscheinlichkeit  $1/2$  an, für den Rauschterm  $Z$  gelte  $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$ . Die Zufallsvariablen  $X$  und  $Z$  seien stochastisch unabhängig. Leiten Sie die Transinformation zwischen  $X$  und  $Y$  her, indem Sie wie folgt vorgehen.

- Zeigen Sie

$$f_{Y|X}(y|X = x) = f_Z(y - x).$$

- Zeigen Sie

$$H(Y|X) = H(Z).$$

- Berechnen Sie die Dichte  $f_Y$  in Abhängigkeit von  $f_Z$ .
- Nun sei  $\varphi_i = f_Z(y - x_i)$ . Zeigen Sie

$$I(X; Y) = D\left(\varphi_1 \left\| \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \varphi_i\right.\right).$$

- Betten Sie die Aufgabe in Beispiel 4.1.1 der Vorlesung ein und interpretieren Sie das Ergebnis.