

Prof. Dr. Anke Schmeink, Dr. Gholamreza Alirezaei, Martijn Arts, Christoph Schmitz

Übung 11

Montag, 11. Juli 2016

Aufgabe 1. Zeigen Sie, dass die Menge der stochastischen Vektoren der Länge n

$$\mathcal{P}_n = \left\{ \mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n) \mid p_i \geq 0 \quad \forall i, \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1 \right\}$$

konvex ist.

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass folgende Mengen konvex sind.

a) $A = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{a}' \mathbf{x} \leq a \}, \quad a \in \mathbb{R}, \mathbf{a} \in \mathbb{R}^n, n \in \mathbb{N}$

b) $B = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{b}' \mathbf{x} \geq b \}, \quad b \in \mathbb{R}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n, n \in \mathbb{N}$

c) $C = \bigcap_{i \in \mathbb{N}} C_i, \quad C_i, i \in \mathbb{N} \text{ konvex}$

d) $D = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{d}' \mathbf{x} = d \}, \quad d \in \mathbb{R}, \mathbf{d} \in \mathbb{R}^n, n \in \mathbb{N}$

Aufgabe 3. Welche der folgenden Mengen sind konvex?

a) $\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \alpha \leq \mathbf{a}' \mathbf{x} \leq \beta \}$

b) $\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \alpha_i \leq x_i \leq \beta_i, i = 1, \dots, n \}$

c) $\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{a}' \mathbf{x} \leq b, \mathbf{c}' \mathbf{x} \leq d \}$

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass die Menge aller nicht-negativ definiten (positiv semi-definiten) Matrizen konvex ist.